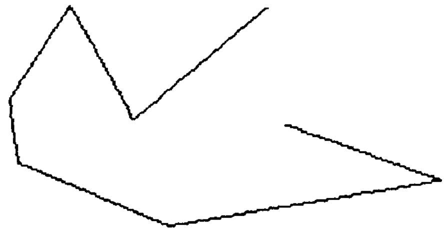
II. TEORI PENUNJANG

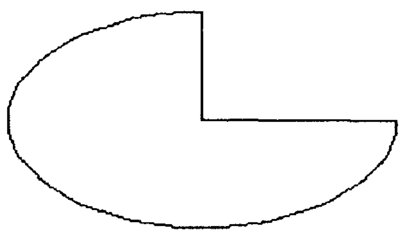
1. POLYGON

Sebuah polygon adalah suatu bentuk dua dimensi dengan banyak sisi yang dibentuk oleh beberapa garis lurus yang bergabung. Segmen garis yang terbentuk adalah edges dan titiknya adalah vertices. Perlu diingat, sebuah edge adalah terbatas untuk segmen garis lurus, dengan panjang yang terbatas



Gambar **2.1**

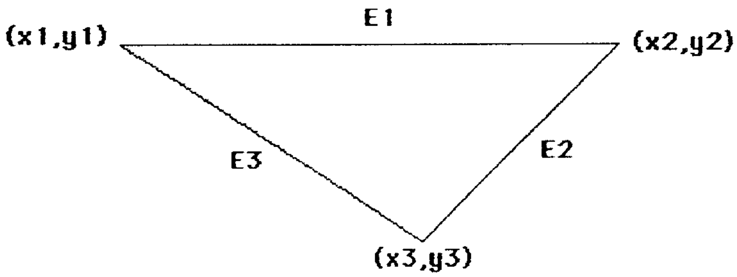
Bukan polygon karena tidak tertutup



Gambar 2.2

Bukan polygon karena tidak segmen garis

Sebuah polygon ,maka terbatas, tertutup dan berbentuk dua dimensi yang terdiri dari edges dan vertices.



Gambar 2.3

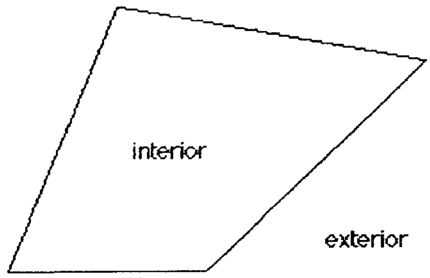
Polygon

dimana :

Vertices = titik (x,y)

Edges = segmen garis yang menghubungkan dua titik yaitu (x1,Y1) dan (x2,y2)

Jika vertices atau titik vertex berada dalam bidang yang sama disebut coplanar, maka polygonnya dinamakan plane polygon. Kalau tidak maka disebut skew polygon. Yang akan dibahas disini adalah plane polygon, maka selanjutnya setiap polygon yang dimaksud adalah plane polygon. Sebuah bentuk plane polygon dibagi menjadi dua daerah, yaitu exterior dan interior. Interior yang biasa disebut dengan bagian dalam. Exterior yang biasa disebut bagian luar.



Gambar 2.4

Plane Polygon

Setiap polygon memiliki jumlah vertices dan edges yang sama , atau bisa juga dinyatakan,

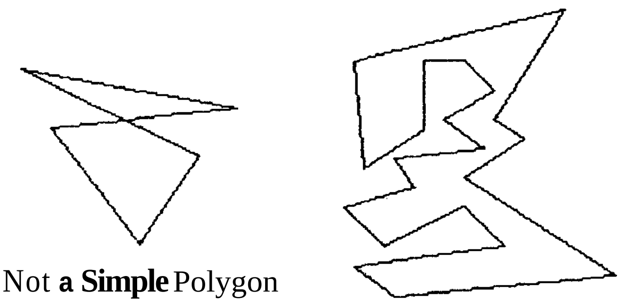
$$V - E = O \qquad (2.1)$$

dimana :

V = jumlah vertices

E = jumlah edges

Simple polygon adalah polygon yang tidak ada perpotongan antara dua edges yang berdekatan dan dibentuk oleh edges yang berbentuk garis.



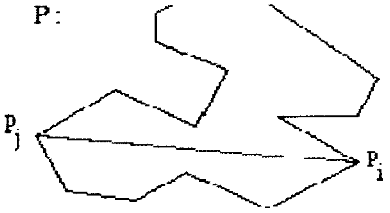
Gambar 2.5[1]

Simple Polygon

---

[1] Garton, Ian, Ear **Cutting for Simple Polygons,** (http://www-cgrl.cs.mcgill.ca/~godfried/teaching/cg-projects/97/Ian/introduction.html].

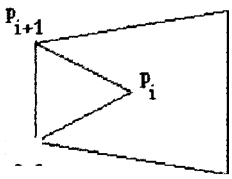
Diagonal dari polygon adalah sebuah segmen garis yang melintasi bagian dalam polygon P dan menghubungkan dua vertices p_i dan p_j



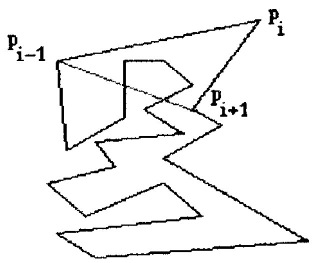
Gambar 2.6

Diagonal untuk Polygon P

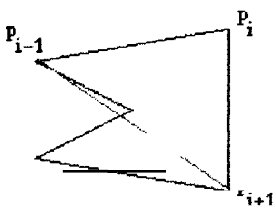
Sebuah vertex disebut principal vertex bila diagonal (p_{i-1}, p_{i+1}) memotong batas dari simple polygon P hanya pada p_{i-1} dan p_{i+1}



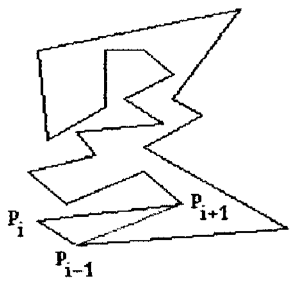
P_i isaprincipal vertex



P_i isnotaprincipalvertex



P_i isnotaprincipalvertex



P_i isaprincipalvertex

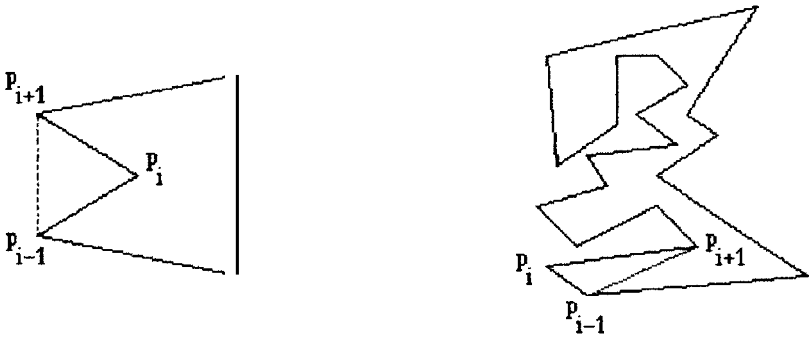
Gambar 2.7[2]

Principal Vertex

---

[2] Ibid.

Sebuah principal vertex p_i dari sebuah simple polygon P disebut ear bila diagonal (p_{i-1}, p_{i+1}) yang menghubungkan p_i terletak seluruhnya dalam polygon P.

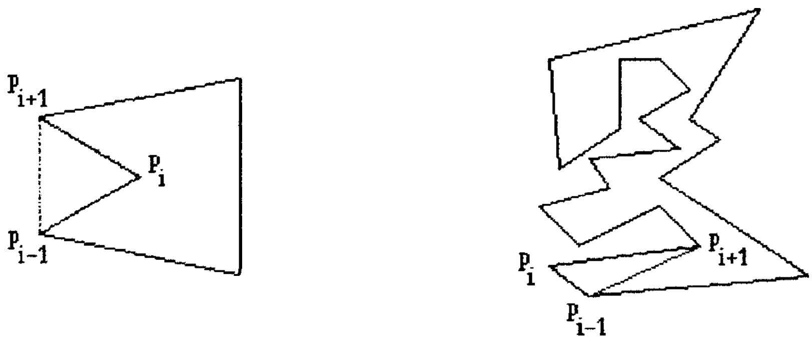


P_i is not an ear P_i is an ear

Gambar 2.8[3]

Ear dari Polygon

Sebuah principal vertex p_i dari sebuah simple polygon P disebut mouth bila diagonal (p_{i-1}, p_{i+1}) adalah diagonal external dan interior dari (p_{i-1}, p_{i+1}) terletak seluruhnya diluar polygon P.



P_i is a mouth P_i is not a mouth

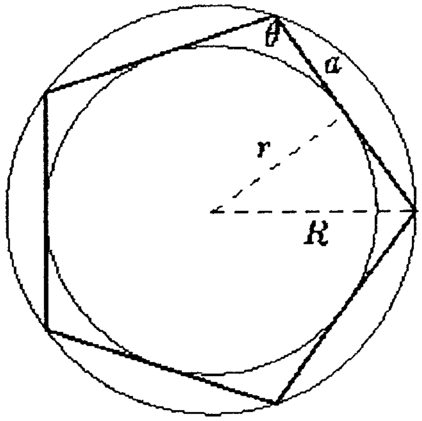
Gambar 2.9[4]

Mouth dari Polygon

---

[3] **Ibid.**
[4] Ibid.

Sebuah polygon disebut regular apabila semua sisinya sama dan sudut yang terbentuk harus sama juga.



Gambar 2.10[5]

Regular Polygon

$$\theta = \left(\frac{k-2}{k}\right)180^\circ,$$

$$a = 2r\tan\frac{180^\circ}{k} = 2R\sin\frac{180^\circ}{k},$$

$$\text{area} = \tfrac{1}{4}ka^2\cot\frac{180^\circ}{k} = kr^2\tan\frac{180^\circ}{k} = \tfrac{1}{2}kR^2\sin\frac{360^\circ}{k} \qquad \textbf{(2.2.)}$$

$$r = \tfrac{1}{2}a\cot\frac{180^\circ}{k},$$

$$R = \tfrac{1}{2}a\csc\frac{180^\circ}{k}.$$

dimana :

k = edges polygon

θ = sudut dari vertex

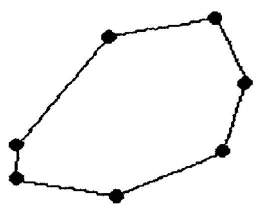
[5] Levy, **Silvio, CRC Standard Mathematical Tables and Formulas, [http://www.geom.umn.edu** /docs/reference/CRC-formulas/node24.html].

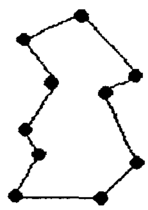
Tabel 2.1[6]

Luas Regular Polygon

name	k	area	r	R
equilateral triangle	3	0.43301 a^2	0.28868 a	0.57735 *a*
square	4	a^2	0.50000 *a*	0.70711 a
regular pentagon	5	1,72048 a^2	0.68819 a	0.85065 a
regular hexagon	6	2.59808 a	0.86603 a	a
regular heptagon	7	3.63391 a^2	1.03826 a	1.15238 a
regular octagon	8	4.82843 a^2	1.20711 a	1.30656 a
regular nonagon	9	6.18182 a^2	1.37374 a	1.46190 a
regular decagon	10	7.69421 a^2	1.53884 a	1,61803 a
regular undecagon	11	9.36564 a^2	1.70284 a	1.77473 *a*
regular dodecagon	12	11.19625 a^2	1.86603 a	1.93185 a

Sebuah simple polygon dikatakan convex apabila besarnya sudut dalam yang terbentuk pada setiap vertex lebih kecil dari 180". Dan simple polygon dikatakan concave bila besarnya sudut dalam yang terbentuk pada vertex adalah yang lebih besar dari 180°.


Convex Polygon

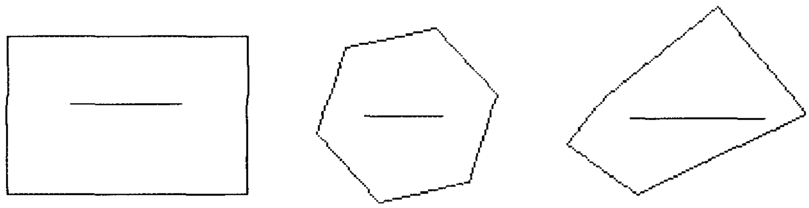

Concave Polygon

Gambar 2.11

Convex dan Concave Polygon

[6] Ibid.

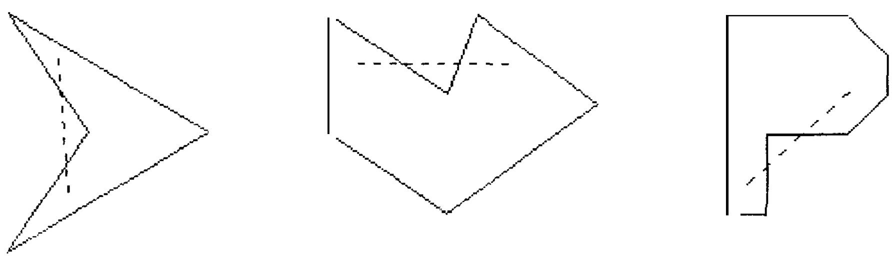
Selain itu ditinjau dari sudut dalamnya, suatu simple polygon dikatakan convex apabila ada dua titik yang diletakkan di dalam polygon dan bila ditarik garis lurus, maka garis lurus yang terbentuk juga berada di dalam polygon.



Gambar 2.12

Convex Polygon

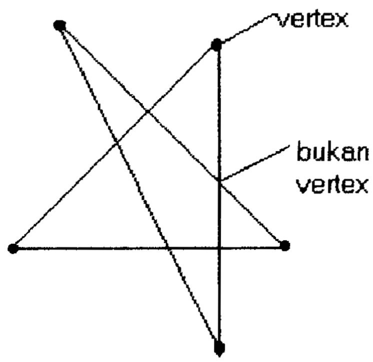
Sebaliknya dikatakan concave, apabila garis lurus yang terbentuk berada di luar dan di dalam polygon.



Gambar 2. 13

Concave Polygon

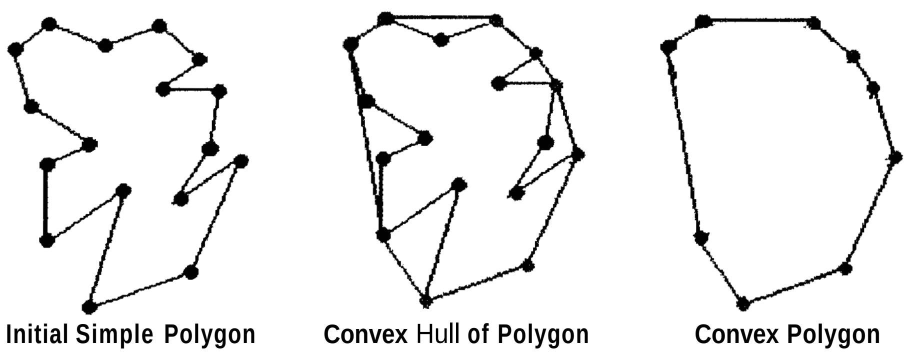
Jika edges dari polygon ada yang memotong pada satu titik antara satu dengan yang lain selain pada titik vertex maka dinamakan stellar polygon.



Gambar 2. I4

Stellar polygon

Convex hull dari sebuah polygon P adalah daerah terkecil dari convex polygon dimana melingkupi polygon P. Bisa juga dikatakan rubber band yang menutupi sekeliling P. Convex hull dari sebuah convex polygon P ada P itu sendiri.



Gambar 2.15’

Proses Convex Polygon

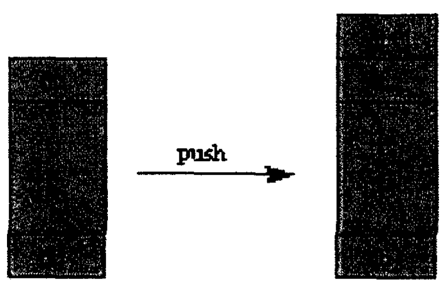
Alopuis. **Greg** & **Kaluzny.** Bohdan. The Three Coins Algorithm for Convex Hulls of Polygons. [http://cgm.cs.mcgill.ca/~beezer/cs507/main.html].

2. STRUKTUR DATA

Dalam penerapan algoritma akan diperlukan struktur data berikut :

- sebuah polyline P-(v1,....,vm) adalah sejumlah titik. Sebuah polyline dikatakan simpel jika tidak ada yang memotong.
- Sebuah polygon adalah sebuah polyline dengan titik akhirnya sama dengan titik pertamanya dan interiornya
- Sebuah decque D=(db,.....,dt) adalah sejumlah titik, dimana titik terakhirnya sama dengan titik pertama. Dengan demikian sebuah decque dapat dipandang sebagai gambaran dari sebuah polygon. Bisa menunjuk titik pertama db pada decque sebagai bagian bawah dan titik akhir dt sebagai bagian atas. Didefinisikan operasi berikut pada decque dan sebuah vertex v :

- push v : artinya tempatkan v=dt+1 pada bagian atas dari decque

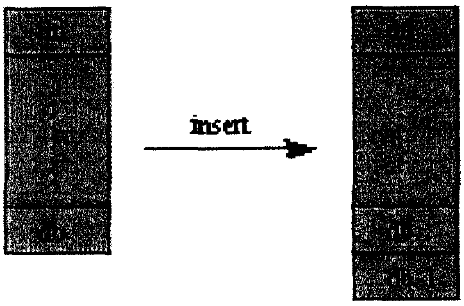


Gambar 2.16[8]

Procedure push dalam decque

[8] Lang.Pierre **Computing the** convex huff of a **simple polygon in O(n)time with A A Melkman's algorithm.** [http://www.cs.mcgill.ca/~plang/copgco/copgco.html#Reference].

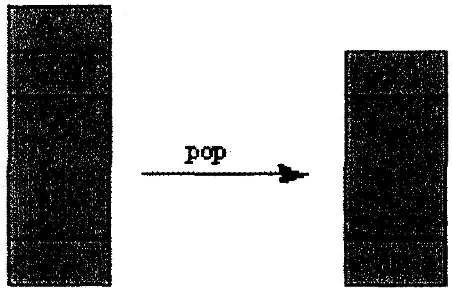
- insert v : artinya tempatkan v = db-1 pada bagian bawah dari decque



Gambar 2.17[9]

Procedure insert dalam decque

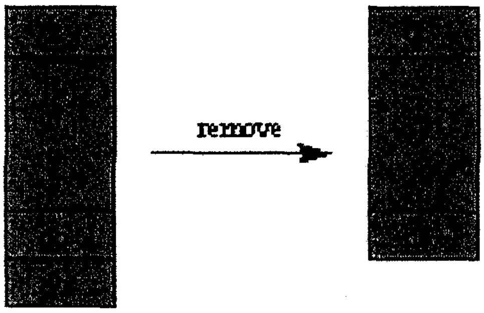
- **pop** : artinya hapus bagian atas dari decque.



Gambar 2.18[10]

Procedure pop dalam decque

- remove : artinya hapus bagian bawah dari decque



Gambar 2.19

Procedure remove dalam decque

[9] **Ibid**
[10] Ibid

3. ALGORITMA CONVEX HULLS

3 1 Algoritma Three Coins

Salah satu algoritma yang mudah digunakan untuk mencari convex hull dari simple polygon adalah algoritma three coins Algoritma ini dikembangkan secara sendiri-sendiri oleh Graham dan Sklansky pada tahun 1972, untuk mencari convex hull

Graham mengemukakan untuk menggunakan algoritma three coins untuk mencari convex hull dari sejumlah titik Algoritma yang digunakan adalah penyerdehanaan dari versi graham yang semula Pada algoritma Graham digunakan sorting dengan metode bubble[11] Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam algoritma ini adalah

1 Tentukan titik extremal yaitu sebuah titik yang paling jauh dari semua titik dalam beberapa arah (sebagai contoh, titik dengan koordinat y yang terkecil) dan berikan nama P_0

2 Lakukan sorting pada pada titik yang tersisa n-1 secara radial, dan gunakan $\mathbf{P_0}$ sebagai titik awal

3 Tempatkan tiga coin pada vertices P_0, P_1,P_2 dan namakan titik-titik itu masing-masing dengan “back”, “center”, dan “front” secara berurutan (Titik-titik itu akan berputar ke kanan dari “back” ke “front”

4 Lakukan

Jika *3* coin yang berputar kekanan (atau jika *3* koin terletak pada collinear vertices)

---

[11] Alopius. Greg & **Kaluzny.** Bohdan. The Three Coins **Algorithm** for Convex Hulls of Polygons. [http://cgm.cs.mcgill.ca/beezer/cs507/main.html]

- Berikan nama kembali "back" menjadi "front", "front" menjadi "center", "center" menjadi "back"

Jika tidak (3 koin yang berputar ke kiri)

- Letakkan "center" dan tempatkan pada vertex dibelakang "back"
- Pindahkan (atau abaikan selanjutnya) vertex yang berposisi sebagai "center"
- Namakan kembali "center" menjadi "back", "back" menjadi "center"

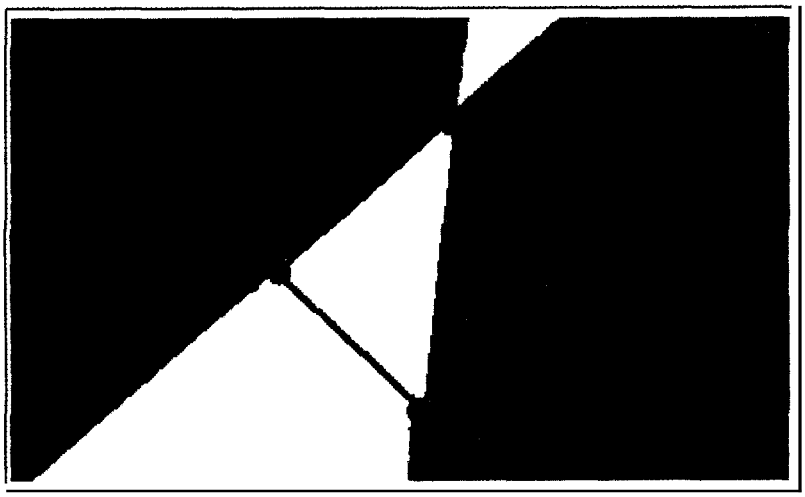
5 Hubungkan titik-titik yang tersisa sesuai urutannya Dan sisa vertex tersebut akan membentuk convex hull dari sejumlah titik n yang semula

3.2 Algoritma Melkman

Algoritma Melkman merupakan algoritma convex hull yang tercepat untuk simple polygon Algoritma Melkman merupakan suatu algoritma yang dapat diterapkan untuk menghitung convex hull secara on-line. Sehingga setiap kali vertex di-inputkan, langsung dapat dicari convex hullnya. Dapat menghitung hull setiap saat titik dimasukkan. (sedangkan semua algoritrna yang lain perlu mencari titik extreme). Ini berarti bahwa urutan dari vertices (searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam) juga tidak perlu untuk diketahui. Algoritma ini panjangnya hanya beberapa baris saja dan sangat efektif dalam mencari convex hull untuk Simple Polygon. Melkman menggunakan logika yang sama dengan algoritma yang lain. Perbedaannya yaitu algortima tersebut memperbolehkan vertices untuk dipindahkan pada dua sisi dari rangkaian (decque) yang terbentuk.

Algoritmanya adalah sebagai berikut :

- Menggunakan tiga vertices pertama yang dimasukkan dan membentuk convex hull yaitu bentuk segitiga. Pada gambar di bawah ini, terjadi bentuk yang berputar ke kanan. Vertices disimpan dalam double ended queue (decque) : (bawah) 3-1-2-3 (atas).
- Sekarang pada vertex V berikutnya, dapat terletak pada daerah merah/hijau/biru/kuning.
- Jika terletak di daerah kuning, maka abaikan V dan semua vertices selanjutnya sampai vertices V yang selanjutnya tidak terletak dalam daerah kuning tersebut.
- Jika terletak di daerah merah, tarik kembali/ hapus vertices dari atas pada decque **(** seperti **3,** kemudian bisa 2 dan selanjutnya), sampai perputaran convex kembali bertemu. Kemudian push V ke atas dari sebuah decque.
- Jika terletak di daerah hijau, lakukan backtrack (hapus) dari dasar pada decque (seperti 3, kemudian bisa 1 dan selanjutnya), sampai perputaran convex kembali bertemu. Kemudian tambah V pada dasar dari decque.
- Jika terletak di daerah biru, ikuti instruksi seperti pada daerah merah dan hijau.
- Setelah itu, lanjutkan ke titik berikutnya.



Gambar 2.20[12]

Daerah Melkman

[12] **Aloupis. Greg.** A **History** of **Linear-time** Convex **hull** Algorithms **for Simple** Polygon. [http://www.cs.mcgill.ca/~athens/cs601/Melkman.html]